

# 一种改进的梯度算子

李宏贵<sup>1)</sup> 李兴国<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(扬州大学物理科技学院电子信息系, 江苏扬州 225002) <sup>2)</sup>(南京理工大学毫米波光波近感技术研究所, 南京 210094)

**摘要** 针对传统梯度算子中,用于边缘方向检测的计算公式存在的缺点,提出了改进的用于边缘方向检测的计算公式。鉴于用传统梯度算子检测的边缘方向是由反正切函数给出的,而反正切函数所表示的角度范围是 $[-\pi/2, \pi/2]$ ,可是事实上,边缘方向的范围是 $[0, 2\pi]$ 。为此,通过对梯度算子中,Prewitt算子的分析,指出传统的边缘算子不能区分两个相差 $\pi$ 的边缘方向,并给出了改进的用于边缘方向检测的计算公式。在传统的梯度算子中,因为用于边缘方向检测的计算公式是不精确的,所以后续图象边缘的细化、短枝消除、缝隙填补和连接等处理就建立在一个不精确的基础之上,从而得到的边缘误差较大。因为在图象底层处理中就引入了误差,所以后续图象高层处理的质量也降低了。计算机仿真实验结果表明,该改进的用于边缘方向检测的计算公式是正确的和有效的。

**关键词** 计算机图象处理(520·6040) 梯度算子 边缘幅度 边缘方向 边缘检测

**中图分类号**: TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2003)03-0253-03

## An Improved Gradient Operator

LI Hong-gui<sup>1)</sup>, LI Xing-guo<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(Department of electronic information, Faculty of physics, Yangzhou University, Yangzhou Jiangsu 225002)

<sup>2)</sup>(Institute of MMW & OW, NUST, Nanjing 210094)

**Abstract** According to the shortcoming of the classical gradient operator, this paper gives an improved computational formula for edge direction. The edge direction of the classical gradient operator is given by an anti-tangent function, and the angle range which the anti-tangent function can represent is  $[-\pi/2, \pi/2]$ , but the range of edge direction is  $[0, 2\pi]$ . This paper analyzes the operator from the gradient operators, and points out that the classical gradient operator can not discrete two edges which have a difference of  $\pi$  in edge direction, and gives a improved computational formula for edge direction. In the classical gradient operator, because the computational formula for edge direction is not precise, the following image edge thinning, short edge removing, aperture filling and edge linking are constructed on a non-precision foundation, error results being got. Because of the error in low-level image processing, the quality of following high-level image processing is low. The computer-simulated experiments show that, the improved computational formula of edge direction in this paper is correct and effective.

**Keywords** Gradient operator, Edge amplitude, Edge direction, Edge detection

## 0 引言

由于图象的边缘检测是一种重要的图象底层处理,又是许多图象高层处理(如图象理解和识别等)的重要前提,因此图象边缘检测的好坏将直接影响高层处理的质量。对于图象边缘检测来说,梯度算子是一种简单、重要和实用的边缘检测方法,它属于微分算子中的一种。

假设连续的图象为  $f(x, y)$ , 其梯度为

$$\nabla f(x, y) = f'_x(x, y)\mathbf{i} + f'_y(x, y)\mathbf{j} \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{i}$  和  $\mathbf{j}$  分别为  $x$  和  $y$  方向单位矢量,  $f'_x(x, y)$  和  $f'_y(x, y)$  分别为  $f(x, y)$  沿  $x$  和  $y$  方向的偏导数。在几乎所有的教材和文章中<sup>[1]</sup>, 均把  $(x, y)$  处的边缘幅度  $A(x, y)$  和方向  $\Phi(x, y)$  分别定义为:

$$A(x, y) = ((f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2)^{1/2} \quad (2)$$

$$\Phi(x, y) = \arctan(f'_y(x, y)/f'_x(x, y)) \quad (3)$$

众所周知,反正切函数表示的角度范围是 $[-\pi/2,$

基金项目:国防科技基金(98J10.6.4.BQ2)

收稿日期:2002-06-28;改回日期:2002-10-09

$\pi/2]$ ,但事实上,边缘方向的范围是 $[0, 2\pi]$ .另外,通过后面的分析可知,由于 $\Phi(x, y)$ 不能区分两个相差 $\pi$ 的边缘方向,因而后续的形象边缘的细化、短枝消除、缝隙填补和连接等处理就建立在一个不精确的基础之上,也使得到的边缘误差较大.因为在图象底层处理中,引入了误差,所以也会降低后续图象高层处理的质量.下面通过对一个具体的梯度算子的分析,给出边缘方向 $\Phi(x, y)$ 的改进公式.

### 1 梯度算子的改进

假设梯度算子采用 Prewitt 算子,其水平和垂直方向算子如图 1 所示.

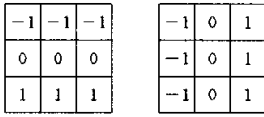


图 1 Prewitt 算子

其中,垂直方向的算子可以由水平方向的算子逆时针旋转 $\pi/2$ 得到.假设有如图 2 所示的 8 个理想阶跃边缘.从图 2(a)~图 2(h)可见,边缘方向从 0 开始,按照逆时针方向,以 $\pi/4$ 的间隔依次递增旋转.图 2(e)~图 2(h)分别为图 2(a)~图 2(d)按照逆时针方向旋转 $\pi$ 的结果.把图 1 所示水平算子和垂直算子分别作用于图 2 所示各个理想阶跃边缘,则边缘真实方向、 $f'_x(x, y)$ 、 $f'_y(x, y)$ 、 $f'_x(x, y)$ 的极性、 $f'_y(x, y)$ 的极性和 $\arctan(f'_y(x, y)/f'_x(x, y))$ 之间的关系如表 1 所示.

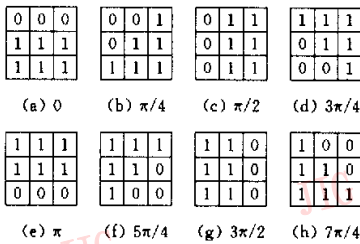


图 2 8 个方向的理想阶跃边缘

表 1 边缘真实方向、 $f'_x(x, y)$ 、 $f'_y(x, y)$ 、 $f'_x(x, y)$ 的极性、 $f'_y(x, y)$ 的极性和 $\arctan(f'_y(x, y)/f'_x(x, y))$ 之间的关系

	图 2(a)	图 2(b)	图 2(c)	图 2(d)	图 2(e)	图 2(f)	图 2(g)	图 2(h)
边缘真实方向	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	$\pi$	$5\pi/4$	$3\pi/2$	$7\pi/4$
$f'_x(x, y)$	3	2	0	-2	-3	-2	0	2
$f'_y(x, y)$	0	2	3	2	0	-2	-3	-2
$f'_x(x, y)$ 极性	+	+	0	-	-	0	+	+
$f'_y(x, y)$ 极性	0	+	+	+	0	-	-	-
$\arctan(f'_y/f'_x)$	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$-\pi/4$	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$-\pi/4$

从表 1 的最后一行可以看出,由 $\arctan(f'_y(x, y)/f'_x(x, y))$ 来计算边缘方向,实际上就是把相差 $\pi$ 的两个边缘方向视为同一个方向.从表 1 可以得到改进的边缘方向 $\Phi(x, y)$ 为

$$\Phi(x, y) = \begin{cases} 0, f'_x(x, y) = 0, f'_y(x, y) = 0 \\ \pi/2, f'_x(x, y) = 0, f'_y(x, y) > 0 \\ 3\pi/2, f'_x(x, y) = 0, f'_y(x, y) < 0 \\ 0, f'_x(x, y) > 0, f'_y(x, y) = 0 \\ \pi, f'_x(x, y) < 0, f'_y(x, y) = 0 \\ \arctan(f'_y(x, y)/f'_x(x, y)), \\ f'_x(x, y) > 0, f'_y(x, y) > 0 \\ \arctan(f'_y(x, y)/f'_x(x, y)) + \pi, \\ f'_x(x, y) < 0, f'_y(x, y) > 0 \\ \arctan(f'_y(x, y)/f'_x(x, y)) + \pi, \\ f'_x(x, y) < 0, f'_y(x, y) < 0 \\ \arctan(f'_y(x, y)/f'_x(x, y)) + 2\pi, \\ f'_x(x, y) > 0, f'_y(x, y) < 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中,当 $f'_x(x, y) = 0$ 和 $f'_y(x, y) = 0$ 时, $\Phi(x, y) = 0$ 是人为规定的,事实上,由于此时有

$A(x, y) = ((f'_x(x, y))^2 + (f'_y(x, y))^2)^{1/2} = ((0)^2 + (0)^2)^{1/2} = 0$ 即无边缘,因而 $\Phi(x, y)$ 可以为任意值.另外,除了 $f'_x(x, y) = 0$ ,且 $f'_y(x, y) = 0$ 的情况,式(4)也可以用图 3 表示.

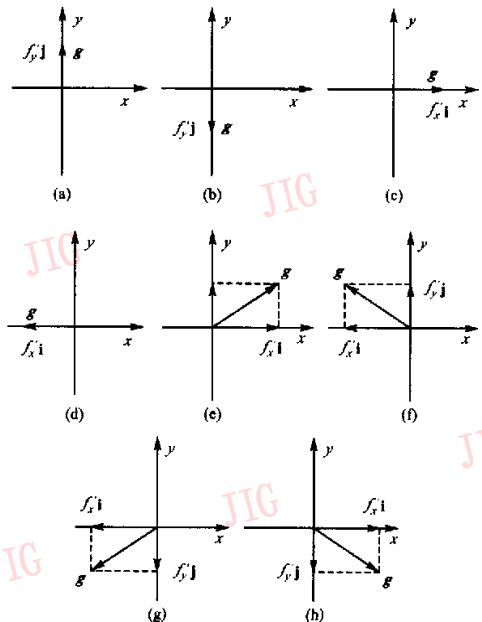


图 3 边缘方向与 $f'_x(x, y)$ 和 $f'_y(x, y)$ 的关系

图3中矢量  $g(x,y)$  是矢量  $f_x(x,y)i$  与矢量  $f_y(x,y)j$  的矢量和,  $g(x,y)$  与  $x$  轴正方向的夹角即为边缘的方向。

## 2 计算机仿真实验及结论

通过计算机进行了仿真实验,为了验证本文改进算法检测边缘方向  $\Phi(x,y)$  的有效性和正确性:首先根据图1所示的 Prewitt 算子和式(2)、式(4)计算输入图象边缘的幅度和方向,然后根据边缘的幅度和方向对边缘进行细化。输入图象是大小为  $256 \times 156$  的 Lena 图象,如图4(a)所示。边缘细化算法描述如下<sup>[2]</sup>。在  $(x,y)$  处存在边缘的条件是:

(1)  $A(x,y) > T_A, T_A$  为一给定的阈值。

(2) 假设  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$  是垂直于  $\Phi(x,y)$  方向上  $(x,y)$  的两个邻域,则  $A(x,y) > A(x_1, y_1), A(x,y) > A(x_2, y_2), |\Phi(x,y) - \Phi(x_1, y_1)| < T_\Phi, |\Phi(x,y) - \Phi(x_2, y_2)| < T_\Phi, T_\Phi$  为一给定阈值。

在实验中,取  $T_\Phi = \pi/8$ 。边缘细化的理想目标是得到精确的单像素边缘。实验结果如图4(b)~图4(e)所示。从图4(b)~图4(e)可以看出,采用本文所述的边缘检测和细化算法可以得到精确的单像素边缘;而采用经典算法则难以得到精确的单像素边缘,其原因是由于采用式(3)计算边缘方向有误差所致。总之,计算机仿真实验结果表明,本文提出的边缘方向的改进公式是正确的和有效的。

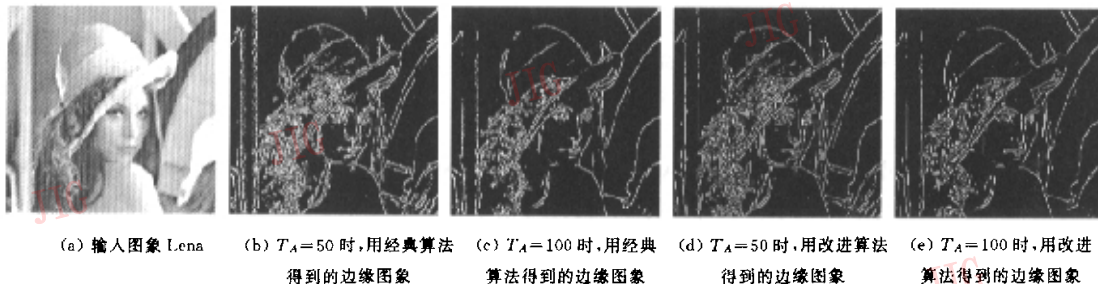


图4 计算机仿真实验结果

### 参考文献

- 1 章毓晋. 图象分割[M]. 北京: 科学出版社, 2001:10~12.
- 2 Ramakant Nevatia, Babu K Ramesh. Linear feature extraction and description[J]. Computer Graphics and Image Processing (CGIP), 1980, (13):257~269.



**李宏贵** 1971年生,1999年获南京理工大学电子工程系工学博士学位,扬州大学讲师。研究方向为数字图象处理、数字信号处理与计算机应用软件开发。发表论文10余篇。



**李兴国** 1940年生,博士生导师,1964年毕业于成都电子科技大学电子工程系。研究方向为毫米波精确末制导。